

การวิเคราะห์การระเหยของหยดน้ำที่ไม่เป็นทรงกลม ด้วยเทคนิคการประมวลผลภาพถ่าย  
และการจำลองเชิงตัวเลข

**Analysis of Non-Spherical Water Drops Evaporation Using Image Processing  
and Numerical Modeling**

ปรเมศ อิงบวรตระกูล<sup>1\*</sup> และ ปุมยศ วัลลิกุล<sup>2</sup>

Poramate Uengbowontrakoon<sup>1\*</sup> and Pumyos Vallikul<sup>2</sup>

<sup>1</sup>นักศึกษาระดับปริญญาโท ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า  
พระนครเหนือ แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพมหานคร 10800

<sup>2</sup>อาจารย์ที่ปรึกษา ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกลและการบิน-อวกาศ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้า  
พระนครเหนือ แขวงวงศ์สว่าง เขตบางซื่อ กรุงเทพมหานคร 10800

\*Corresponding author, E-mail: po-ra-ma-te@hotmail.com

**บทคัดย่อ**

หยดละอองสเปรย์ของน้ำมีขนาดเล็กมากมีขนาดอยู่ในระดับสเกลไมโครเมตร ข้อดีของหยดขนาดเล็กคือทำให้การระเหยเป็นไปได้ง่าย เพราะสัดส่วนของพื้นที่ต่อปริมาตรมีค่ามาก หยดแต่ละหยดในละอองสเปรย์มีลักษณะเป็นทรงกลมเนื่องจากอิทธิพลของแรงตึงผิวที่มากกว่าแรงโน้มถ่วง อย่างไรก็ตามขนาดหยดละอองมีหลายๆขนาดอยู่ร่วมกันเป็นกลุ่ม การที่มีหยดหลายขนาดนี้เองเป็นข้อจำกัดในการศึกษาพฤติกรรมการระเหยของหยด ที่มักจำเป็นต้องกำหนดเงื่อนไขตั้งต้นที่หยดมีเพียงขนาดเดียว ในงานวิจัยนี้จึงนำเสนอการศึกษาการระเหยของหยดเดี่ยว ที่แขวนอยู่บนไฟเบอร์ใยแก้วขนาดเล็ก โดยหยดเป็นหยดน้ำมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางตั้งต้นในสเกลมิลลิเมตร เนื่องจากหยดมีขนาดใหญ่และแขวนอยู่บนไฟเบอร์ใยแก้วทำให้หยดมีลักษณะไม่กลม ใช้กล้อง CCD ถ่ายบันทึกภาพหยดที่กำลังระเหย นำเทคนิคการวิเคราะห์ภาพถ่ายมาใช้นำผลการเปลี่ยนแปลงของหยดเนื่องจากการระเหย ไปเทียบเคียงกับลักษณะหยดที่ได้จากผลเฉลยการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้สร้างขึ้น สภาวะในการวิจัยทั้งอุณหภูมิบรรยากาศ และค่าความชื้นสัมพัทธ์นั้นวัดในขณะทำการทดลอง ที่ความดันบรรยากาศ บนสมมติฐานสภาวะการระเหยเป็นแบบควอซีสเตดี้ (quasi-steady) โดยใช้แบบจำลองการระเหยด้วยการจำลองเชิงตัวเลข มีความผ่อนปรนกว่าเพราะสามารถทำการปรับพารามิเตอร์ต่างๆในโมเดล เพื่อหาค่าพารามิเตอร์ที่มีผลต่อการระเหยมากที่สุดภายใต้สภาวะควบคุมนั้นๆ การเปรียบเทียบจะคำนวณมวลที่หายไป ณ เวลาต่างๆ โดยเปรียบเทียบจากข้อมูลภาพที่เก็บได้กับแบบจำลองของมวล ซึ่งผลการเปรียบเทียบให้ค่าที่สอดคล้องกัน และพบว่าผลของอุณหภูมิ ความชื้น และเงื่อนไขของแบบมีการพาความร้อน เป็นเงื่อนไขสำคัญที่กำหนดอัตราการระเหยของหยดน้ำ

**คำสำคัญ:** สเปรย์ การระเหย หยดละออง การวิเคราะห์ขนาดหยดด้วยภาพ

## Abstract

Water spray droplets are very small, which results in easy evaporation. The ratio of surface area to volume is important; for example, drops in aerosol sprays are spherical because surface tension is greater than gravitational force. This paper studies the evaporation of single droplets hanging on a small fiber optic by size of water droplet using a millimeter-scale. The initial condition is one-drop size, the droplets are large and hang on the fiber and they are non-spherical. The initial droplet diameter is photographed using a CCD camera, which takes pictures as the droplet evaporates. An image analysis technique is used to note change in the droplets due to evaporation. Relative humidity and temperatures are measured during the experiment at atmospheric pressure. Quasi-Steady conditions are assumed. The mathematical evaporation is modeled by numerical simulation, which permits parameters to be adjusted to find the factors that most affect the evaporation. The calculated mass loss at various times is compared to collected mass data models. The results show the effect of temperature, humidity and boundary conditions on convection, a condition that determines the rate of evaporation of water droplets.

**Keywords:** spray evaporation, droplets, analysis droplets size by image processing

## 1. บทนำ

สเปรย์ในงานอุตสาหกรรมต่างๆ เช่น การระเหยของสเปรย์เชื้อเพลิงในเครื่องยนต์ซึ่งอัตราการระเหยของเชื้อเพลิงมีผลต่ออัตราความสิ้นเปลือง ดังนั้นการศึกษาเรื่องอัตราการระเหยของหยดของเหลวมีความสำคัญอย่างมาก เพราะถ้าใช้ของเหลวไม่เหมาะสมอาจเกิดความสิ้นเปลืองโดยไม่จำเป็น ซึ่งส่งผลให้ต้นทุนในการทำงานสูงขึ้น

ในการศึกษานี้จึงใช้หยดน้ำเป็นสารทดลอง ซึ่งหยดน้ำที่ได้จากการสเปรย์มีขนาดเล็กมาก แต่มีลักษณะเป็นทรงกลม ในการหาอัตราการระเหยของหยด จึงประสบกับปัญหาคือ ไม่สามารถจับภาพของหยดจากสเปรย์ได้ เพราะหยดมีจำนวนมาก และเคลื่อนที่ตลอดเวลา ดังนั้นในการหาอัตราการระเหยกระทำได้โดย สร้างหยดน้ำขึ้นมาแล้วนำไปเกาะไว้กับปลายใยแก้วขนาดเล็ก และใช้เทคนิคการถ่ายภาพเพื่อหาอัตราการลดลงของหยดของเหลว แต่เกิดปัญหา

เนื่องจากหยดมีขนาดใหญ่และแขวนอยู่บนไฟเบอร์ใยแก้วทำให้หยดเสียรูปไม่เป็นทรงกลมกลม

Jantar et al. (2010) เสนอการระเหยของหยดไบโอดีเซล และดีเซลด้วยภาพเงาตกกระทบ เพื่อหาค่าคงที่การระเหยของหยดจาก  $D^2$  Law

Morin et al. (2000) เสนอพฤติกรรมการกลายเป็นไอของน้ำมันพืชที่จะนำไปใช้เป็นเชื้อเพลิงของเครื่องยนต์ดีเซล โดยใช้การถ่ายภาพหยดที่แขวนไว้กับเส้นใยแก้วในขณะที่ระเหย โดยใช้สมการ  $D^2$ -Law ทำนายอัตราการกลายเป็นไอของสารที่ใช้ทดลอง

ในงานวิจัยนี้ศึกษาการระเหยของหยดน้ำซึ่งเสียรูปไม่เป็นทรงกลมมีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโตสุด 1.86 มิลลิเมตร โดยการเก็บภาพเงาตกกระทบของหยด ณ เวลาต่างๆ วัดค่าอุณหภูมิ และค่าความชื้นสัมพัทธ์ ในขณะที่ทดลองที่ความดันบรรยากาศ เปรียบเทียบมวลของหยดที่ได้เส้นผ่านศูนย์กลางโตสุด, เทียบเท่ากับมวลที่ได้จากเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากสมการ  $D^2$  - Law และด้วยแบบจำลองการระเหยนี้สามารถกำหนดค่า

ความชื้นสัมพัทธ์ เพื่อหาอัตราการระเหยที่สอดคล้องกับผลการทดลอง ซึ่งค่าความชื้นสัมพัทธ์นี้มีค่าเท่ากับค่าที่วัดได้ในการทดลอง

## 2. วัตถุประสงค์

1. สามารถสร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการระเหยของหยดของเหลว ที่ได้มาจากเทคนิคการถ่ายภาพ

2. สามารถทราบค่าความชื้นสัมพัทธ์ของการทดลอง โดยทราบเพียงค่าอุณหภูมิกระเปาะแห้ง (อุณหภูมิบรรยากาศ) และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางของหยด

## 3. วิธีดำเนินการวิจัย

งานวิจัยนี้ศึกษาการระเหยของหยดของเหลว ซึ่งถูกห้อยไว้กับปลายลวด ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลางเริ่มต้น 1.86 มิลลิเมตร มีอุณหภูมิและค่าความชื้นสัมพัทธ์ในการทดลองวัดได้ 28 องศาเซลเซียส และ 70% ตามลำดับ ที่ความดันบรรยากาศ จับภาพในขณะที่หยดระเหยด้วยกล้องซีซีดีความเร็วสูง (high speed CCD - camera) ความละเอียดภาพ 640 X 480 พิกเซล เพื่อใช้เปรียบเทียบกับลักษณะหยดที่ได้จากผลเฉลยการคำนวณเชิงตัวเลขที่ได้สร้างขึ้นโดยใช้แบบจำลองการระเหย

ในงานวิจัยนี้การระเหยของหยดสถานะในการระเหยพิจารณาจาก

บิออตน์เบอร์ ( $Bi$ ) เป็นการวิเคราะห์ปฏิสัมพันธ์ระหว่างการนำความร้อนภายในหยดของเหลวกับการพาความร้อนที่ผิวของหยดของเหลวกับสิ่งแวดล้อมภายนอก ดังสมการ

$$Bi = \frac{hL_c}{k} \quad (1)$$

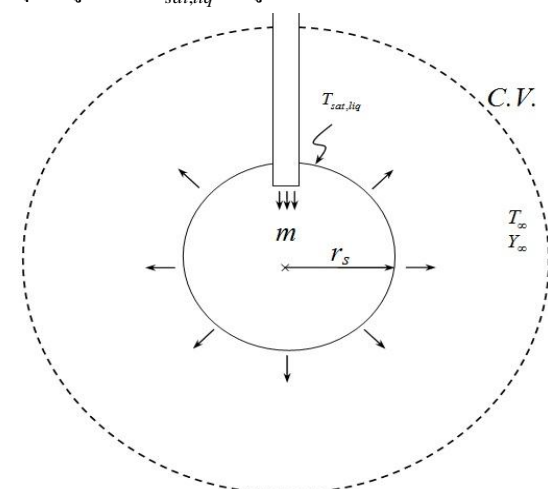
ค่า  $Bi$  มีค่าน้อยกว่า 0.1 สามารถสมมติให้ภายในหยดมีการกระจายของอุณหภูมิอย่างสม่ำเสมอ ในขณะที่ระเหย

นัสเซลท์นัมเบอร์ ( $Nu$ ) เป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์การนำความร้อนตั้งแต่ผิวของหยดสู่สิ่งแวดล้อมกับการพาความร้อนตั้งแต่ผิวของหยดสู่สิ่งแวดล้อม ดังสมการ

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (2)$$

ค่า  $Nu$  มีค่าเท่ากับ 2 สามารถสมมติให้สถานะในการระเหยเป็นสถานะคงที่ไม่ขึ้นกับเวลาเนื่องจากการนำความร้อนออกจากผิวหยดมีค่าเท่ากับการพาความร้อนที่ผิวของหยดออกสู่สิ่งแวดล้อม

ในงานวิจัยนี้ Kenneth K. Kuo Wiley (1986) ในการระเหยของหยด อยู่บนสมมติฐานสถานะการระเหยเป็นแบบควอซีสเตตัส (quasi-steady) ในขณะระเหยรัศมีของหยดคงที่เนื่องจากมีการเติมมวลของหยดเข้ามาตลอดในขณะที่ระเหย จึงส่งผลให้หยดมีการกระจายของอุณหภูมิสม่ำเสมอทั่วทั้งหยด โดยมีอุณหภูมิเป็น  $T_{sat,liq}$  ดังรูปภาพที่ 1



รูปที่ 1 แบบจำลองสมมติฐานอุณหภูมิหยด

การหาค่าคุณสมบัติต่างๆ ของของเหลวที่ผิวหัด ให้อุณหภูมิที่ผิว;  $T_s$  Clausius-Clapeyron Equation สำหรับของเหลวที่กำลังระเหย

$$\ln \frac{p_{F,s}}{p_{ref}} = \frac{\Delta h_v}{R_F} \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T_s} \right) \quad (3)$$

$R_F$  และ  $\Delta h_v$  คือค่าคงที่ของของเหลว และค่าความร้อนการเปลี่ยนสถานะของของเหลว ดังนั้นเมื่อกำหนดค่าความดัน อุณหภูมิอ้างอิง และอุณหภูมิผิว จะสามารถคำนวณความดันของเหลวได้จาก

$$p_{F,s} = p_{ref} \times \exp \left( \frac{\Delta h_v}{R_F} \left( \frac{1}{T_{ref}} - \frac{1}{T_s} \right) \right) \quad (4)$$

น้ำหนักโมเลกุลของสารผสมของเหลว-อากาศ ที่ผิวหัดคำนวณได้จาก

$$W_s = \frac{p_{F,s}}{P_T} W_F + \frac{1 - p_{F,s}}{P_T} W_a \quad (5)$$

สัดส่วนโดยมวลของสารผสมของเหลว-อากาศ ที่ผิวหัดคำนวณได้จาก

$$Y_{F,s} = \frac{N_{F,s}}{N_M} \frac{W_F}{W_s} = \frac{p_{F,s}}{p} \frac{W_F}{W_s} \quad (6)$$

ใช้สัดส่วนโดยมวลนี้คำนวณหาค่าคุณสมบัติต่อมวลต่างๆ ของสารผสมของเหลว-อากาศ ที่ผิวหัด ดังนี้

ค่าคงที่ของของเหลวหาจากสมการ

$$R_s = Y_{F,s} R_F + (1 - Y_{F,s}) R_a \quad (7)$$

ค่าความจุความร้อนหาจากสมการ

$$C_{P,s} = Y_{F,s} C_{P,F} + (1 - Y_{F,s}) C_{P,a} \quad (8)$$

และค่าความหนาแน่นของสารผสมของเหลว-อากาศที่ผิวหัดหาจากสมการ

$$\rho_s = \frac{P_T}{R_s T_s} \quad (9)$$

ความดันใช้ค่าความดันบรรยากาศ หรือความดันของสารผสมของเหลว-อากาศ ที่ผิวหัด

ในการแก้ปัญหาคำการแพร่ของความร้อนและสารองค์ประกอบเข้า-ออกจากหัด ค่าคุณสมบัติที่

เกี่ยวข้องกับกาถ่ายโอนได้กำหนดสมมติฐานไว้ดังต่อไปนี้

- สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของของผสม เท่ากับ สัมประสิทธิ์การนำความร้อนของอากาศ

$$\lambda = \lambda_a \quad (10)$$

- ให้สัมประสิทธิ์การแพร่ของของเหลวเท่ากับ สัมประสิทธิ์การแพร่ของความร้อน หรือค่าลิวอิสันัมเบอร์ (Lewis number) มีค่าเป็นหนึ่ง

$$Le = \frac{\alpha}{D} = 1 \quad (11)$$

$$\frac{\lambda}{\rho C_P} = D \quad (12)$$

- ผลคูณระหว่างความหนาแน่นกับค่าสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลมีค่าคงที่

$$\rho D = \rho_s D_s \quad (13)$$

เนื่องจากการตั้งสมมติฐานให้ค่า  $Le$  มีค่าเป็นหนึ่งดังนั้นที่ตำแหน่งใดๆ ค่าผลความหนาแน่นและสัมประสิทธิ์การแพร่ของมวลที่ผิว สามารถหาได้จากสัดส่วนค่าสัมประสิทธิ์การนำความร้อนต่อค่าความจุความร้อน

$$\rho_s D_s \approx \frac{\lambda_s}{C_{P,s}} \quad (14)$$

สมการความต่อเนื่อง (Continuity equation)

$$\frac{d}{dr} (r^2 \rho v_r) = 0 \quad (15)$$

เงื่อนไขขอบ

$$r = r_s; \quad \rho_s v_s = \rho_r v_r \quad (16)$$

$$r_s^2 \rho_s v_s = r_r^2 \rho_r v_r$$

สมการสัดส่วนมวล (Mass fraction equation)

$$r^2 \rho v \frac{dY_F}{dr} = \frac{d}{dr} \left( r^2 D \rho \frac{dY_F}{dr} \right) + r^2 \dot{\omega}_F \quad (17)$$

จากสมการ (19) ในกระบวนการระเหย ภายในหยดไม่มีการสร้างมวลใหม่ขึ้นมาทดแทน

$$\dot{\omega}_F = 0$$

เงื่อนไขขอบ

$$r = r_s; \quad Y_F = Y_{F,s}$$

$$r = r_\infty; \quad Y_F = Y_{F,\infty}$$

หาปริพันธ์ในช่วง  $r = r_s$  ถึง  $r = r_\infty$  จะได้ผลเฉลยทางทฤษฎีเป็น

$$r_s v_s = D_s \ln(1 + B_M) \quad (18)$$

เมื่อ  $B_M$  คือ Spalding transfer number มีค่าเท่ากับ

$$b_\infty - b_s \text{ โดย } b = \frac{Y_F}{Y_{F,s} - 1}$$

และมีผลเฉลยด้วยวิธีไฟไนต์เฟอเรนซ์โดยแยกเป็นสมการดังนี้

ที่จุด  $i = 1$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{4r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} + \frac{4r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] Y_1 \\ & + \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} - \frac{3r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] Y_2 \\ & = - \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} - \frac{r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] Y_s \end{aligned} \quad (19)$$

ที่จุด  $i = 2$  ถึง  $i = N - 1$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} - \frac{r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] Y_{i-1} \\ & + \left[ \frac{4r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} + \frac{4r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] Y_i \\ & + \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} - \frac{3r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] Y_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (20)$$

ที่จุด  $i = N$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} - \frac{r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] Y_{i-1} \\ & + \left[ \frac{4r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} + \frac{4r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] Y_i \\ & = - \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} - \frac{3r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] Y_\infty \end{aligned} \quad (21)$$

สมการพลังงาน (Energy equation)

$$r^2 \rho v \frac{dC_p T}{dr} = \frac{d}{dr} \left( \frac{\lambda}{C_p} r^2 \frac{dC_p T}{dr} \right) + r^2 \dot{Q} \quad (22)$$

จากสมการ (24) ในกระบวนการระเหย ภายในหยดไม่มีการสร้างพลังงานความร้อนใหม่ขึ้นมาทดแทน

$$\dot{Q}_F = 0$$

เงื่อนไขขอบ

$$r = r_s; \quad T = T_s$$

$$r = r_s; \quad \lambda \left( \frac{dT}{dr} \right)_s = \rho_s v_s \Delta h_v$$

$$r = r_\infty; \quad T = T_\infty$$

หาปริพันธ์ในช่วง  $r = r_s$  ถึง  $r = r_\infty$  จะได้ผลเฉลยทางทฤษฎีเป็น

$$r_s v_s = \alpha_s \ln(1 + B_T) \quad (23)$$

เมื่อ  $\alpha = \lambda/\rho C_p$  และกำหนดให้  $B_T = \frac{T_\infty - T_s}{\Delta h_v / C_p}$

และมีผลเฉลยด้วยวิธีไฟไนต์เฟอเรนซ์โดยแยกเป็นสมการดังนี้

ที่จุด  $i = 1$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ \frac{4r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} + \frac{4r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] (C_p T)_1 \\ & + \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} - \frac{3r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] (C_p T)_2 \\ & = - \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_s^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_s} - \frac{r_2^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_2} \right] (C_p T)_s \end{aligned} \quad (24)$$

ที่จุด  $i = 2$  ถึง  $i = N - 1$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} - \frac{r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] (C_p T)_{i-1} \\ & + \left[ \frac{4r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} + \frac{4r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] (C_p T)_i \\ & + \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_{i-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i-1}} - \frac{3r_{i+1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{i+1}} \right] (C_p T)_{i+1} = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

ที่จุด  $i = N$  จะได้

$$\begin{aligned} & \left[ -r_s^2 \rho_s v_s - \frac{3r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} - \frac{r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] (C_p T)_{i-1} \\ & + \left[ \frac{4r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} + \frac{4r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] (C_p T)_i \\ & = \left[ r_s^2 \rho_s v_s - \frac{r_{N-1}^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_{N-1}} - \frac{3r_\infty^2}{2\Delta r(C_p/\lambda)_\infty} \right] (C_p T)_\infty \end{aligned} \quad (26)$$

จากสมการ (2-30) ดิฟเฟอเรนเชียลเพื่อหาค่า  $v_s$  จะได้

$$v_s = \frac{D_s(-3Y_s + 4Y_1 - Y_2)}{2\Delta r(Y_s - 1)} \quad (27)$$

อัตราการระเหย

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \frac{\rho_l \pi}{6} \frac{dD^3}{dt} = -\rho_s v_s A_s \\ \frac{\rho_l \pi}{6} \frac{dD^3}{dt} &= -\rho_s v_s \pi D^2 \\ \frac{3\rho_l \pi D^2}{6} \frac{dD}{dt} &= -\rho_s v_s \pi D^2 \\ \frac{dD}{dt} &= \frac{-2\rho_s v_s}{\rho_l} \end{aligned} \quad (28)$$

เขียนรูปแบบ discrete

$$D^{i+1} = D^i - \frac{2(\rho_s v_s)^i}{\rho_l} \Delta t \quad (29)$$

ทั้งนี้  $(\rho_s v_s)^i$  คำนวณมาจาก mass flux ที่เส้นผ่านศูนย์กลางของหยดมีค่าเท่ากับ  $D^i$  มวลของที่ของเหลวที่เหลืออยู่เวลา ณ เวลาใดๆหาได้จาก

$$m^i = \frac{\rho_l \pi (D^i)^3}{6} \quad (30)$$

การหาขอบภาพ (Edge Detection)

ภาพขนาด  $J \times J$  พิกเซล สามารถเปลี่ยนเป็นเมตริกซ์จัตุรัสขนาด  $J \times J$  โดยในแต่ละค่าในเมตริกซ์คือความเข้มสีของภาพ โดยภาพสีเทามีความเข้มสี  $k = 0, 1, 2, \dots, 255$  กำหนดเป็นเมตริกซ์  $M$  และกำหนดเมตริกซ์จัตุรัส  $H$  ขึ้นมามีขนาดเท่ากับ  $J \times J$  ซึ่ง  $H$  มีค่าดังนี้

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1J} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{J1} & m_{J2} & \dots & m_{JJ} \end{bmatrix}_{J \times J} \quad (31)$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{J \times J} \quad (32)$$

การหาขอบภาพได้จากการหาค่าเฉลี่ยจากการหาขอบภาพในแนวนอน และขอบภาพในแนวตั้ง ดังนี้

$$MA = \frac{H \times M + M \times H^T}{2} \quad (33)$$

เมื่อ  $H \times M$  คือ เมตริกซ์ที่หาขอบภาพในแนวนอนมีค่าเท่ากับ

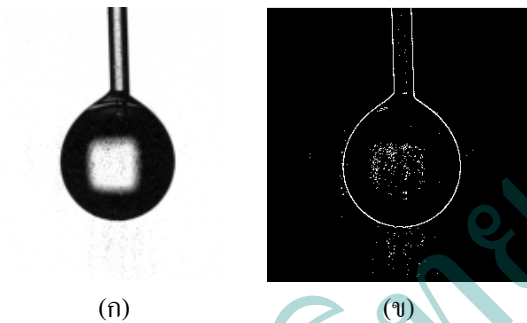
$$H \times M = \begin{bmatrix} m_{11} - m_{21} & m_{12} - m_{22} & \dots & m_{1J} - m_{2J} \\ m_{21} - m_{31} & m_{22} - m_{32} & \dots & m_{2J} - m_{3J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{J1} - m_{11} & m_{J2} - m_{12} & \dots & m_{JJ} - m_{1J} \end{bmatrix}_{J \times J} \quad (34)$$

$M \times H^T$  คือ เมตริกซ์ที่หาขอบภาพในแนวตั้งมีค่าเท่ากับ

$$M \times H^T = \begin{bmatrix} m_{11} - m_{12} & m_{12} - m_{13} & \dots & m_{1j} - m_{11} \\ m_{21} - m_{22} & m_{22} - m_{23} & \dots & m_{2j} - m_{21} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{j1} - m_{j2} & m_{j2} - m_{j3} & \dots & m_{jj} - m_{j1} \end{bmatrix}_{j \times j} \quad (35)$$

การหาเส้นผ่านศูนย์กลางเสมือน

การหาเส้นผ่านศูนย์กลางเสมือน ใช้กับหยดของเหลวซึ่งมีการเสีรูปร่างที่ไม่เป็นทรงกลม โดยมีสมมติฐานว่าหยดสมมาตรตามแนวแกน Y โดยการนำภาพถ่ายของหยดนั้นมาใช้เทคนิคการหาขอบภาพ



รูปที่ 2 ภาพหยด (ก) จากการทดลอง (ข) หาขอบภาพแล้ว

แล้วจึงนำภาพมาแบ่งออกเป็นสตริปขนาดเล็ก โดยความกว้างของสตริปคือ 1 พิกเซล ต่อมาวัดขนาดของเส้นผ่านศูนย์กลางในแต่ละสตริป นำมาคำนวณหาปริมาตรจากเส้นผ่านศูนย์กลางที่วัดได้โดย

$$V_i = \frac{\pi \times d_i^2}{4} \times \text{ความกว้างของสตริป} \quad (36)$$

เมื่อ  $V_i$  คือ ปริมาตรในแต่ละสตริป (พิกเซล<sup>3</sup>) และ  $d_i$  คือ ขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางในแต่ละสตริป (พิกเซล) เมื่อปริมาตรของแต่ละสตริปแล้ว จึงหาปริมาตรของหยดที่เสีรูปร่าง โดย

$$V = \sum_{i=1}^n V_i \quad (37)$$

เมื่อ  $V$  คือ ปริมาตรของหยดที่เสีรูปร่าง (พิกเซล<sup>3</sup>)

ขั้นต่อไปนำปริมาตรของหยดที่เสีรูปร่างที่ได้มาเท่ากับปริมาตรของทรงกลมที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางเสมือน ( $D_{eqv}$ ) จะได้

$$V = \frac{1}{6} \pi D_{eqv}^3 \quad (38)$$

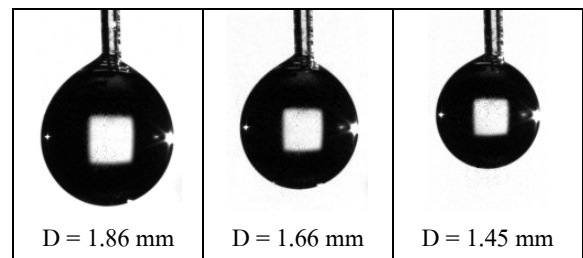
ทำการคำนวณเส้นผ่านศูนย์กลางเสมือนจากสมการ

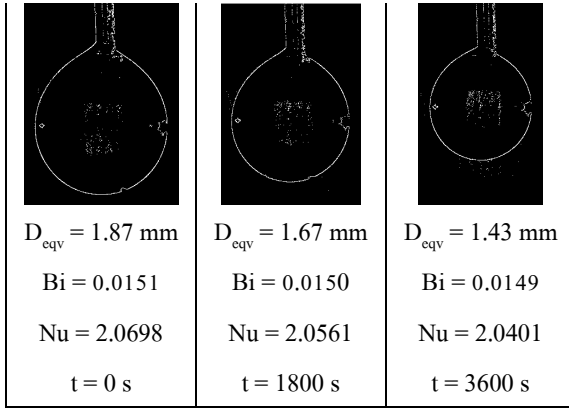
$$D_{eqv} = \sqrt[3]{\frac{6V}{\pi}} \quad (39)$$

เมื่อ  $D_{eqv}$  คือ เส้นผ่านศูนย์กลางเสมือน (พิกเซล)

เมื่อได้เส้นผ่านศูนย์กลางเสมือนในหน่วยพิกเซลแล้ว สามารถนำไปคูณกับค่าวัดเทียบ โดยค่าวัดเทียบนั้นคืออัตราส่วนระหว่าง พิกเซล ต่อ 1 หน่วยความยาว (มิลลิเมตร)

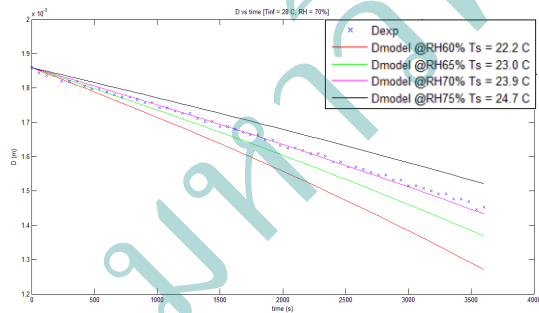
#### 4. ผลการวิจัยและอภิปรายผล



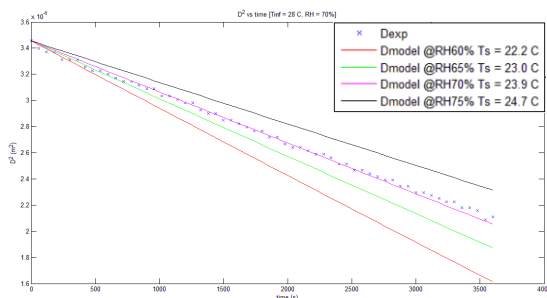


รูปที่ 3 แสดงหยดทุกๆ 1800 วินาที อุณหภูมิบรรยากาศ  $28.0^{\circ}\text{C}$  ความชื้นสัมพัทธ์ 70.0 %

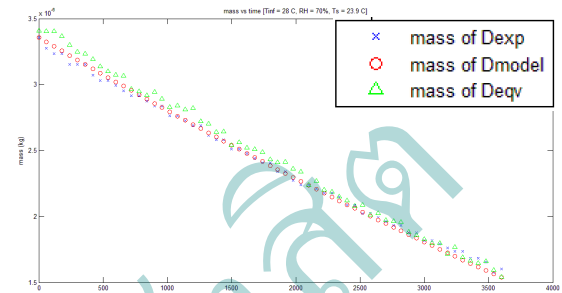
จากรูปที่ 3 ขนาดหยด ณ เวลา 0 s, 1800 s และ 3600 s โดยขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางโตสุด วัดจากเส้นผ่านศูนย์กลางโตสุด ในแนวระดับจากรูปที่ทำการหาขอบภาพแล้ว และเส้นผ่านศูนย์กลางเทียบเท่าได้จากการหาปริมาตรเทียบเท่า และค่า Bi กับ Nu สามารถยืนยันสมมติฐานสภาวะของหยดได้ว่าหยดมีอุณหภูมิสม่ำเสมอทั่วทั้งหยด และในขณะระเหยอยู่ในสภาวะคงที่ไม่ขึ้นกับเวลา



รูปที่ 4 แสดงผลการเปรียบเทียบระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางที่ได้จากการทดลองกับโมเดลความชื้นสัมพัทธ์ 70%



รูปที่ 5 แสดงผลการเปรียบเทียบระหว่างขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกำลังสองที่ได้จากการทดลองกับโมเดล ความชื้นสัมพัทธ์ 70 %



รูปที่ 6 แสดงผลการเปรียบเทียบระหว่างมวลที่ได้จากเส้นผ่านศูนย์กลางโตสุด, เทียบเท่า และโมเดล

ผลการที่ทำการจำลองขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง และขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางกำลังสอง กับผลการวัดจริงดังแสดงในรูปที่ 4 และรูปที่ 5 โดยปรับค่าความชื้นสัมพัทธ์ในโมเดลเป็นค่าต่างๆ จากค่า 60, 65, 70 และ 75 % ตามลำดับ ปรากฏว่าที่ค่าความชื้นสัมพัทธ์ 70 % อัตราการลดลงของขนาดเส้นผ่านศูนย์กลางและเส้นผ่านศูนย์กลางกำลังสองสอดคล้องกับผลการทดลองจริงมากที่สุด และค่าความชื้นสัมพัทธ์ตรงกับค่าที่วัดได้ในขณะทำการวิจัย จากรูปที่ 6 มวลของหยดจากการทดลอง และมวลของหยดจากโมเดล ที่เวลาต่างๆ ลดลงอย่างสม่ำเสมอด้วยอัตราที่สอดคล้องกัน

## 5. ข้อเสนอแนะ

นำรูปแบบการวิจัยนี้ไปใช้ในการวิเคราะห์กับหยดของเหลวที่เป็นของผสม

## 6. การนำผลการวิจัยไปใช้ประโยชน์

นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่ได้ไปต่อยอดเพื่อหาค่าคุณสมบัติเฉพาะอื่นๆต่อไปและ สามารถนำผลการวิจัยไปใช้เพื่อหาอัตราการระเหยของละอองสเปรย์ ที่มีกรกระจายตัวของหยดขนาดต่างๆได้



## 7. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณอาจารย์ปุมยศ วัลลิกุล ที่ชี้แนะในทุกเรื่อง ทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี ขอขอบคุณภาควิชาเครื่องกล – การบินและอวกาศ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีพระจอมเกล้าพระนครเหนือซึ่งอนุเคราะห์สถานที่และความช่วยเหลืออื่นๆ ในการวิจัยนี้ ขอขอบคุณเพื่อนๆ รุ่นพี่ และรุ่นน้องที่คอยช่วยเหลือและแนะนำแนวทางต่างๆ ขอขอบคุณทุกคนในครอบครัวที่คอยเป็นกำลังใจทำให้งานวิจัยนี้สำเร็จลุล่วงไปได้

## 8. เอกสารอ้างอิง

Jantarat P., Pumyos V., Bundit F. and Gerard G.

(2010) On Evaporation Constants of Biodiesel-Diesel Blends: The Effects of Blending Ratios. Journal of Metals, Materials and Minerals, Vol.20 No.3 pp.43-45.

Kenneth K. Kuo Wiley. (1986) Principle of combustion. 2<sup>nd</sup> Edition.

C. Morin, C. Chauveau and I. Gokalp(2000)

Droplet Vaporization characteristics of vegetable oil derived biofuels at high temperatures.