

การออกแบบตัวควบคุมสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน

Controller Design for a Rotary Inverted Pendulum

รุ่งโรจน์ แก้วศรีงาม และมนุศักดิ์ จานทอง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

บทคัดย่อ

บทความนี้เป็นการนำเสนอถึงการออกแบบตัวควบคุมลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เพื่อเลี้ยงก้านลูกตุ้มผกผันให้สามารถเลี้ยงตัวอยู่ได้ แบบจำลองของลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนถูกนำมาใช้เพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งถูกจัดรูปอยู่ในรูปแปรสถานะและใช้หลักการ (LQR) เพื่อใช้ในการคำนวณหาตัวคูณการขยายที่ใช้ในการควบคุมลูกตุ้มผกผัน ในการทดสอบตัวควบคุมที่ได้ออกแบบโดยใช้ MATLAB/Simulink ช่วยในการทดลอง จากการทดลองแสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบสามารถควบคุมก้านลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุนได้

คำสำคัญ: การทรงตัวสำหรับลูกตุ้มผกผันแบบฐานหมุน เสถียรภาพ โมเดลทางคณิตศาสตร์

Abstract

This research aimed to feature the controller design for the stabilization of a rotary inverted pendulum. The dynamic model in the state-space form of the rotary inverted pendulum was used to design the controller. The LQR was utilized for determine the control gain. MATLAB/Simulink was implemented to simulate the system .The simulation experiment showed that the designed controller can control and balance the rotary inverted pendulum.

Keywords : balancing for a rotary inverted pendulum, balancing , mathematical model

1. บทนำ

ปัจจุบันระบบการควบคุมเข้ามามีบทบาทต่อชีวิตประจำวันและมีความสำคัญมากยิ่งขึ้น ดังจะเห็นได้จากการนำระบบการควบคุมไปใช้ในงานอุตสาหกรรม ซึ่งต่อมาระบบมีความซับซ้อนมากยิ่งขึ้นส่วนใหญ่เป็นระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ เช่น การควบคุมมอเตอร์ การควบคุมแขนหุ่นยนต์ หรือการควบคุมเครื่องจักร CNC ในด้านอุตสาหกรรม เป็นต้น ซึ่งระบบและเครื่องจักรดังกล่าวเป็นระบบที่มีความซับซ้อนและไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear Controller) ดังนั้นในปัจจุบันจึงเกิดทฤษฎีการควบคุมขึ้นมากมายเพื่อให้สามารถควบคุมอุปกรณ์ดังกล่าวได้อย่างมีประสิทธิภาพ

ในการศึกษาระบบที่ไม่มีเสถียรภาพ ระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นเครื่องมือที่ได้รับความนิยมในนำมาศึกษา ระบบควบคุมในงานทางด้านวิศวกรรม เนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมเป็นระบบที่มีข้อศึกษาอยู่หลายประการ เช่น ระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้น ไม่มีเสถียรภาพ เป็นต้น จึงเหมาะแก่การนำมาศึกษาเพื่อออกแบบตัวควบคุม ซึ่งหัวข้อหลักในการทำการทดลองกับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีอยู่สองข้อคือการเหวี่ยงให้เพนดูลัมขึ้นสู่จุดสูงสุด และการเลี้ยงให้เพนดูลัมตั้งตรงอยู่ได้ ณ จุดสมดุล

ตัวควบคุมที่มักนำมาใช้ในการควบคุมระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมในปัจจุบันมีอยู่มากมาย เช่น ตัวควบคุมพีไอดี (PID control) ตัวควบคุมแบบสถานะป้อนกลับ (Feedback control) ตัวควบคุมแบบไม่เป็นเชิงเส้น (Nonlinear control) ตัวควบคุมแบบฟัซซีลอจิก (Fuzzy logic control) ตัวควบคุมแบบโรบัสต์ (Robust control) และแบบโครงข่ายประสาท (Neural network) เป็นต้นในการวิจัยระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมผู้วิจัยได้นำระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน (Rotary Inverted Pendulum) มา

ใช้ในการทดลองเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนนี้มีตัวแปรสถานะสี่ตัวคือ $(\theta, \beta, \dot{\theta}, \dot{\beta})$ โดยมีตัวแปรสถานะสองตัว $(\dot{\theta}, \dot{\beta})$ ที่ไม่สามารถวัดค่าโดยตรงได้จึงใช้ออบเซอร์เวอร์แบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยในการประมาณค่าเพื่อให้เข้าใจต่อระบบการทำงานของระบบที่ไม่มีเสถียรภาพได้โดยง่าย นอกจากนี้ยังได้นำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เข้ามาช่วยในการออกแบบตัวควบคุม

การออกแบบระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบรอรางโดยมีสายพานเป็นส่งกำลังให้กับรอรางและใช้เซอร์โวมอเตอร์ในการขับเคลื่อน มีตัวเอนโค้ดเดอร์เป็นตัววัดตำแหน่งของรอราง ใช้ตัวควบคุมสถานะป้อนกลับที่ออกแบบโดย LQR ในการออกแบบตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของระบบ (Han Y., Tzoneva R. และ Behardien S., 2007)

Printrakoon W. (2008) เสนอตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นและรักษาเสถียรภาพสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน ตัวควบคุมการเหวี่ยงขึ้นจะถูกออกแบบด้วยหลักการควบคุมพลังงานและตัวควบคุมการรักษาเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมให้มีเสถียรภาพ ณ บริเวณจุดสมดุลบน จะใช้ตัวควบคุมเซอร์โวป้อนกลับสถานะ ร่วมกับตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดที่ถูกออกแบบด้วยวิธีการกำหนดอัตราส่วนคุณลักษณะ ซึ่งการเพิ่มอินทิเกรเตอร์เข้าไปในระบบควบคุมนั้นเพื่อให้กำจัดค่าผิดพลาดในสภาวะคงตัว และเนื่องจากระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนมีตัวแปรที่ไม่สามารถวัดค่าได้บางตัวโดยตรง จึงใช้ตัวสังเกตแบบอันดับต่ำสุดเข้ามาช่วยประมาณค่าตัวแปรสถานะ

บทความฉบับนี้นำเสนอการออกแบบตัวควบคุมสำหรับระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

ซึ่งเป็นระบบที่ไม่เป็นเชิงเส้นและไม่มีเสถียรภาพ ระบบมีการเปลี่ยนแปลงของค่าพารามิเตอร์แปรไปตามสภาพแวดล้อมตามธรรมชาติ ดังนั้นผู้ทำวิจัยจึงมีแนวคิดที่จะนำหลักการควบคุมแบบ ป้อนกลับสถานะและใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการควบคุมโดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink ถูกนำมาจำลองการทำงานและทดสอบตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมควบคุมเสถียรภาพของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน โดยใช้มอเตอร์เลี้ยงอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้ตั้งตรง

2. วัตถุประสงค์

เพื่อออกแบบตัวควบคุมแบบ (LQR) ที่ใช้สำหรับการทรงตัวของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

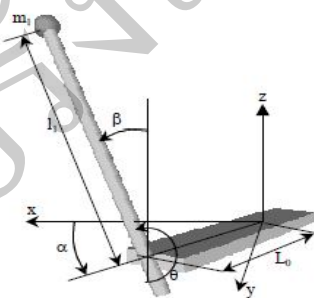
3. อุปกรณ์และวิธีการ



รูปภาพที่ 1 โครงสร้างอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

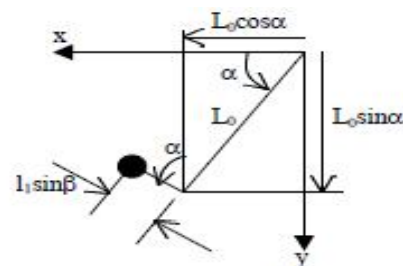
จากรูปภาพที่ 1 แสดงโครงสร้างของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่ใช้ในงานวิจัยนี้โดยมีมอเตอร์เป็นตัวขับเคลื่อนทำให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งขึ้นและสามารถตั้งตรงได้โดยมี Encoder เป็นตัวปรับความเสถียรภาพของมุมที่แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเมื่อเกิดการเปลี่ยนของมุมทำให้สามารถตั้งตรงได้

ในงานวิจัยนี้เริ่มต้นจากการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการทำงานของระบบอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน (Rotary Inverted Pendulum) โดยสมมุติให้แกว่งขึ้นและทรงตัวเพื่อรักษาความเสถียรภาพของระบบโดยพิจารณา การแกว่งขึ้นทางด้านบนซึ่งจะได้สมการดังต่อไปนี้



รูปภาพที่ 2 ระบบพื้นฐานของเพนดูลัม

แบบจำลองทางพลศาสตร์ของเพนดูลัมจะพิจารณาตัวแปรที่มีความสำคัญ คือ β , θ และ α การแกว่งของระบบเพนดูลัมจะทำให้ระบบเกิดการเปลี่ยนแปลงมุม β , θ และ α จะเปลี่ยนแปลง



รูปภาพที่ 3 แบบจำลองพลศาสตร์

$$\begin{aligned} & (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} + m_1 L_1^2 \ddot{\alpha} \\ & \sin^2 \beta - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} \cos \beta \left(\frac{k_1 k_u}{R_a} \right) \dot{\alpha} + \\ & m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta \\ & + m_1 L_0 l_1 \dot{\beta}^2 \sin \beta + \frac{k_1 k_u}{R_a} u \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & -m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} \cos \beta + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} \\ & - \frac{1}{2} m_1 l_1^2 \dot{\alpha} \dot{\beta} \sin 2\beta - m_1 g l_1 \sin \beta = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

จากสมการ 1, 2 เป็นสมการไม่เชิงเส้น ดังนั้นจึงจำเป็นต้องทำการแปลงให้อยู่ในรูปสมการเชิงเส้นได้ดังนี้

$$\begin{aligned} & (J_0 + m_1 L_0^2) \ddot{\alpha} - m_1 L_0 l_1 \ddot{\beta} + \frac{k_1 k_u}{R_a} \dot{\alpha} = \frac{k_1 k_u}{R_a} u \\ & -m_1 L_0 l_1 \ddot{\alpha} + (J_1 + m_1 l_1^2) \ddot{\beta} - m_1 g l_1 \sin \beta = 0 \end{aligned}$$

จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูปสมการสถานะ

(State Equation)

$$\dot{x} = Ax + Bu \text{ และ } y = Cx +$$

Du และให้ตัวแปรสถานะ , ตัวแปรขาออกและตัวแปรขาเข้าคือ

$$x = [\alpha \ \beta \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta}]^T, y = [\alpha \ \beta] \text{ และ } u = [V]$$

นำสมการมาจัดรูปสมการใหม่จะได้

$$\ddot{q} = M(q)^{-1}G(q) - M(q)^{-1}F(q, \dot{q}) + M(q)^{-1}$$

HV

เมื่อแทนค่าลงในสมการสถานะ (State Equation) จะได้

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(q)^{-1}H] \end{bmatrix} V \end{aligned}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix}$$

เมื่อพิจารณาจากสมการสถานะ (State Equation) จะได้

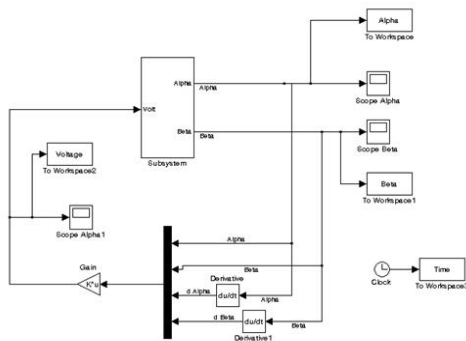
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(q)^{-1}H] \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

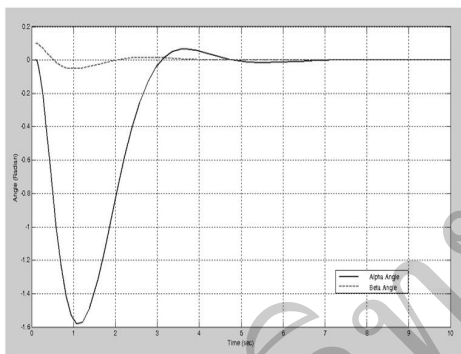
โดยการออกแบบระบบควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) ได้ทำการกำหนดค่าเมตริกซ์ของสถานะ Q และสัญญาณขาเข้า R ที่เหมาะสมโดยใช้วิธี Trial and Error คือ $Q = [100 \ 1000 \ 1 \ 1]$ และ $R = 0.01$ เพื่อให้ได้ค่าอัตราขยายที่เหมาะสม จากนั้นจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink โดยการนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่หาได้มาแปลงเป็นไดอะแกรมในโปรแกรม และจึงทำการป้อนค่าของตัวแปรต่างๆ ที่เกี่ยวข้องลงไป

4. ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

โดยการนำ Mathematical model ของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนที่คำนวณได้มาแปลงเป็นไดอะแกรมในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อจำลองการทำงานของระบบ



รูปภาพที่ 4 Blok diagram การจำลองการทำงานของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink



รูปภาพที่ 5 กราฟจำลองการทำงานของมุมกับเวลาของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink



รูปภาพที่ 6 กราฟจำลองการทำงานของกระแสไฟฟ้ากับเวลาของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink

ในการจำลองการทำงานของอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนดให้ Initial condition ไว้ดังนี้ $[\beta, \alpha] = [0.1 \ 0]$ จากรูปภาพที่ 5 ผลการจำลองระหว่าง Angle vs Time จะพบว่ามุมของ (β) จะเริ่มที่ 0.1 rad และมุมของ (α) จะเริ่มที่ 0 rad จะเห็นได้ว่าอินเวอร์ทเพนดูลัมจะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec ทำให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมสามารถเลี้ยงตัวและตั้งตรงได้

ในรูปภาพที่ 6 เป็นกราฟผลการจำลองระหว่าง Voltage Input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่าการจ่ายไฟให้กับมอเตอร์ (AC) ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกนของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งกระแสที่ใช้ในการจำลองการทำงานในช่วงเริ่มต้นมีค่าสูง เพื่อให้หมุนรักษาสอดคล้องกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนจะมีความสัมพันธ์กับมุม β และมุม α ซึ่งจะสังเกตได้ว่าเส้นกราฟ Voltage Input vs Time จะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec เช่นกันโดยในช่วงเริ่มต้นจะมีการจ่ายแรงดันไฟฟ้าที่สูงแต่จะลดลงเมื่ออินเวอร์ทเพนดูลัมเข้าสู่สภาวะสมดุลและตัวควบคุมแบบ (LQR) สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เลี้ยงตัวและตั้งตรงได้

5. การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยพบว่าการออกแบบตัวควบคุมแบบ (LQR) สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมให้เลี้ยงตัวและตั้งตรงได้และปรับเข้าสู่สภาวะสมดุลจะอยู่ในช่วงเวลา 5 sec ในการจำลองระหว่าง Voltage Input (Volt) กับ Time (sec) จะพบว่าการจ่ายกระแสไฟให้กับมอเตอร์ (AC) ทำให้มอเตอร์เกิดการหมุนส่งผลให้แกน

ของอินเวอร์ทเพนดูลัมเกิดการแกว่งกระแสะที่ใช้ในการจำลองการทำงานในช่วงเริ่มต้นมีค่าสูง เพื่อให้มอเตอร์หมุนรักษาสถิตกับอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุน

6. บทสรุป

จากการวิจัยนี้ได้ศึกษาการควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนซึ่งระบบจะไม่เป็นเชิงเส้นตามธรรมชาติในการควบคุมเสถียรภาพใช้ตัวควบคุม Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการควบคุมโดยใช้โปรแกรม MATLAB/Simulink สร้างแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ จากนั้นทำการแปลงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์จากระบบไม่เป็นเชิงเส้นให้เป็นสมการเชิงเส้นแสดงออกมาในรูปสมการอินเวอร์ทเพนดูลัม จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูป(State Equation)เพื่อใช้เป็นตัวแทนในการออกแบบระบบตัวควบคุมโดยใช้ตัวควบคุม Linear Quadratic Regulator (LQR) โดยทำการกำหนดค่าเมตริกซ์ของสถานะ Q และสัญญาณขาเข้า R ที่เหมาะสมโดยวิธี Trial and Error ก่อนที่จะนำแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของอินเวอร์ทเพนดูลัมที่คำนวณได้มาจำลองในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อจำลองการทำงานของระบบและทดสอบตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้โดยผลการทดสอบในโปรแกรม MATLAB/Simulink แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมอินเวอร์ทเพนดูลัมแบบฐานหมุนให้เสถียรและตั้งตรงได้

ในส่วนข้อเสนอแนะต่อไปอาจจะใช้ตัวควบคุมสมัยใหม่ที่ให้ผลตอบแทนที่ดีกว่ามาใช้ควบคุมการทำงาน เช่นการควบคุมแบบ Robust หรือแบบ Fuzzy เป็นต้น

7. เอกสารอ้างอิง

Han,Y. (2007). Tzoneva R. and Behardien S.,

MATLAB, LabVIEW and FPGA Linear Control of an Inverted Pendulum. IEEE (Electronic) pp. 1-7.

Printrakoon W.(2008). *Swinging Up and Stabilizing Controllers for Rotational Inverted Pendulum System*. Control Engineering, School of Control Engineering, King Mongkut's Institute of Technology Ladkrabang.