

## โมเดลและการควบคุมหุ่นยนต์สมดุลบนลูกบอล

### Model and Control of Self-Balancing Mobile Robot on a Ball

ทศพล ศรีสุ่มังคลังกูร และมนุศักดิ์ งานทอง

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี

#### บทคัดย่อ

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการทรงตัวได้มีนักวิจัยจำนวนมากทำการศึกษาไว้ในหลายงานวิจัย อาทิเช่น ลูกตุ้มผกผัน ลูกตุ้มผกผันแบบหมุนและอื่นๆ งานวิจัยเหล่านี้เป็นพื้นฐานในการพัฒนาของงานวิจัยนี้ ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์สมดุลบนล้อแบบบอล โดยการใช้สมการลากรางจ์เข้ามาช่วยในการคำนวณ โดยที่โมเดลทางคณิตศาสตร์จะรวมโมเดลของมอเตอร์เข้ามาด้วย โมเดลทางคณิตศาสตร์จะถูกนำมาออกแบบตัวควบคุมเพื่อควบคุมให้หุ่นยนต์สามารถเลี้ยงตัวอยู่ได้บนล้อแบบบอล ตัวควบคุมที่ใช้คือตัวควบคุมแบบป้อนกลับสถานะและใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการควบคุม โดยโปรแกรม MATLAB/Simulink จะถูกนำมาจำลองการทำงานและทดสอบตัวควบคุมที่ออกแบบไว้ จากผลการทดลองจะเห็นได้ว่าตัวควบคุมที่ออกแบบไว้สามารถควบคุมให้หุ่นยนต์สามารถทรงตัวอยู่บนล้อแบบบอลได้

**คำสำคัญ :** หุ่นยนต์สมดุลบนล้อแบบบอล โมเดลทางคณิตศาสตร์ ตัวควบคุมแบบป้อนกลับสถานะ

#### Abstract

Many pieces of research related to stabilization topic such as inverse pendulum, rotary inverse pendulum, and etc. have been conducted by many researchers. This research was conducted base on those researches. The purpose of this research was to find the model of a self-balance mobile robot on the ball including the motor model. The State Feedback algorithm and Linear Quadratic Regulator (LQR) was used to stabilize the mobile robot on the ball by simulating on MATLAB/Simulink software. The simulation results showed that the designed controller can control and balance the mobile robot on the ball.

**Keywords :** stabilization, mobile robot, Linear Quadratic Regulator

## 1. บทนำ

ในปัจจุบันได้มีการนำหุ่นยนต์เข้ามาใช้ใน ชีวิตประจำวันของมนุษย์เพิ่มมากขึ้น ไม่ว่าจะเป็นในด้านอุตสาหกรรม ด้านการแพทย์ ด้านการวิจัย ด้านการบันเทิงหรืออื่นๆ ซึ่งมีทั้งแบบที่เคลื่อนที่ได้และเคลื่อนที่ไม่ได้แต่เคลื่อนไหวได้ ซึ่งโดยส่วนใหญ่แบบที่เคลื่อนที่ไม่ได้แต่เคลื่อนไหวได้จะใช้งานด้านอุตสาหกรรม และในด้านการแพทย์เพราะมีขนาดใหญ่และน้ำหนักมาก ในส่วนของแบบที่เคลื่อนที่ได้นั้นจะเป็นหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัย ด้านการบันเทิงและในด้านต่างๆ ในชีวิตประจำวันของมนุษย์ ซึ่งโดยมากจะใช้ล้อแบบต่างๆ เป็นชิ้นส่วนในการเคลื่อนที่ ซึ่งล้อที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในปัจจุบันมีอยู่ 3 แบบด้วยกัน คือ 1. ล้อปกติ 2. ล้ออมนิ 3. ล้อบอล ซึ่งมักจะพบว่าหุ่นยนต์ที่เคลื่อนที่ส่วนใหญ่นั้นจะใช้ล้อแบบปกติและล้อแบบอมนิในการเคลื่อนที่มากกว่าล้อบอล ทั้งๆที่ล้อแบบบอลมีความสามารถในการเคลื่อนที่มากที่สุด โดยมีสามองศาอิสระและไม่มีการลื่นไถล (Slip) แต่อาจจะมีความสามารถในการรองรับน้ำหนักที่จำกัดและมีความยากลำบากในการซ่อมบำรุงอยู่บ้าง (จิต, 2545) ซึ่งงานวิจัยที่มีความเกี่ยวข้อง ก็มีการควบคุมความเร็วของมอเตอร์กระแสตรง โดยใช้การควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) และได้ใช้ตัวโปรแกรม MATLAB/Simulink จำลองการทำงานของตัวควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) กับโมเดลทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์ไฟฟ้ากระแสตรง และใช้กระบวนการลองผิดลองถูกในการปรับแต่งค่าตัวควบคุมระบบให้เป็นไปตามต้องการ(Bin Rajab, 2008) ซึ่งในงานวิจัยนี้ยังไม่ได้มีการนำไปประยุกต์ใช้กับงานใด เป็นเพียงแค่การควบคุมมอเตอร์กระแสตรงให้มี

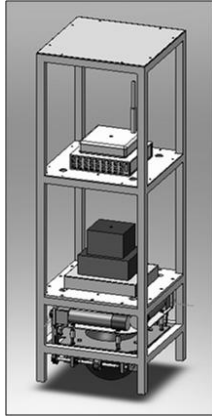
ความเร็วตามต้องการโดยใช้ตัวควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) เท่านั้น ซึ่งนำที่จะนำไปเป็นพื้นฐานในการวิจัยต่อไปได้ นอกจากนั้นก็มิงานวิจัยที่มีการสร้างหุ่นยนต์ NTX Ballbot ที่เป็นหุ่นยนต์ของเล่นที่มีขนาดเล็ก โครงสร้างของตัวหุ่นยนต์ใช้ตัวต่อ LEGO ต่อขึ้นเป็นโครงสร้าง โดยใช้ล้อพลาสติกเป็นตัวเคลื่อนที่บนพื้น ในการออกแบบระบบควบคุมนั้นใช้ตัวควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) เป็นตัวควบคุม (Yamamoto, 2009) ซึ่งงานวิจัยนี้เป็นชิ้นงานที่มีขนาดเล็กซึ่งมีประโยชน์ในการใช้งานในด้านให้ความบันเทิงและเป็นตัวต้นแบบซึ่งมองว่าน่าที่จะพัฒนางานวิจัยนี้ให้สามารถใช้ประโยชน์ให้มากขึ้นต่อไปได้

## 2. วัตถุประสงค์

เพื่อศึกษาถึงการหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์สมดุลบนลูกบอลและรวมไปถึงการออกแบบตัวควบคุมที่ควบคุมให้หุ่นยนต์สามารถเลี้ยงตัวเองให้สมดุลอยู่บนลูกบอลได้ โดยใช้ตัวควบคุมแบบสถานะป้อนกลับและใช้หลักการ Linear Quadratic Regulator (LQR) มาช่วยในการคำนวณหาค่าอัตราขยาย

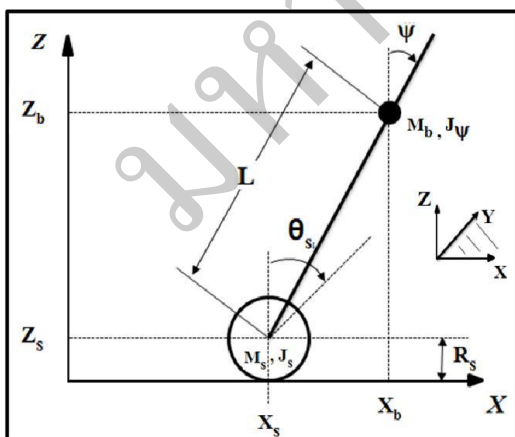
## 3. อุปกรณ์และวิธีการ

รูปภาพที่ 1 แสดงโครงสร้างของหุ่นยนต์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ โดยล้อบอลจะเป็นล้อขับเคลื่อนตัวหุ่นยนต์โดยจะถูกขับเคลื่อนด้วยมอเตอร์ที่ติดตั้งอยู่เหนือล้อบอลและส่งกำลังโดยสายพานไปยังล้อขับเพื่อขับเคลื่อนล้อบอล โดยชุดควบคุมและแหล่งจ่ายไฟจะติดตั้งอยู่ที่ชั้นด้านบน

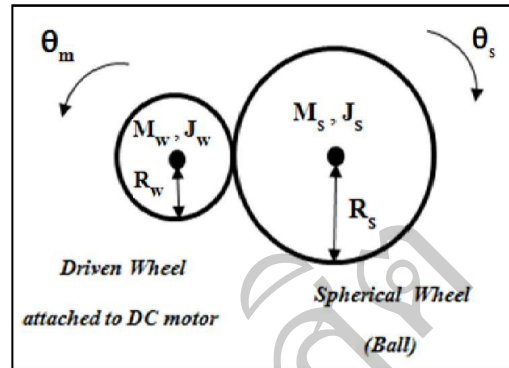


รูปภาพที่ 1 โครงสร้างของหุ่นยนต์สมมูลบนล้อแบบบอล

โดยงานวิจัยนี้เริ่มต้นจากการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์เพื่อใช้ในการออกแบบตัวควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์ โดยสมมุติให้การเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แยกออกเป็น 2 ระนาบอิสระ คือระนาบ XZ และ YZ ซึ่งจากการแยกอย่างอิสระของการเคลื่อนที่ทำให้สามารถหาโมเดลทางคณิตศาสตร์ในการวิเคราะห์เพียงระนาบเดียว เนื่องจากอีกระนาบก็มีลักษณะเดียวกันซึ่งจะได้โมเดลทางคณิตศาสตร์แบบเดียวกัน



รูปภาพที่ 2 ระบบพิกัดหุ่นยนต์บนระนาบ XZ



รูปภาพที่ 3 รูปล้อขับเคลื่อนกับล้อแบบบอล

โมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์หาได้ โดยใช้สมการลากรางจ์ และอาศัยหลักของระบบพิกัดของหุ่นยนต์ในรูปภาพที่ 2 มาช่วยในการคำนวณหา โดยถ้ากำหนดให้  $\theta = 0$  เมื่อเวลา  $t = 0$  ดังนั้นพิกัดต่างๆ จะมีค่าดังนี้

$$\begin{aligned} (x_s, z_s) &= (R_s \theta, R_s) \\ (\dot{x}_s, \dot{z}_s) &= (R_s \dot{\theta}, 0) \\ (x_b, z_b) &= (x_s + L \sin \psi, z_s + L \cos \psi) \\ (\dot{x}_b, \dot{z}_b) &= (R_s \dot{\theta} + L \dot{\psi} \cos \psi, -L \dot{\psi} \sin \psi) \end{aligned}$$

ซึ่งสมการลากรางจ์เป็นสมการที่ใช้ในการหาโมเดลทางคณิตศาสตร์โดยวิเคราะห์พลังงาน มีรูปสมการ คือ

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (1)$$

เมื่อ  $L = T - U$  โดยที่

$L$  คือ Lagrangian Function

$T$  คือ พลังงานจลน์รวมของระบบ

$U$  คือ พลังงานศักย์รวมของระบบ

$q_i$  คือ ตัวแปรพิกัดทั่วไป

$\dot{q}_i$  คือ จำนวนตัวแปรที่ต้องการควบคุม

$Q_i$  คือ Generalized Force (ฉานสิทธิ์, 2549) จะได้

$$T = \frac{1}{2} M_s (\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2) + \frac{1}{2} M_b (\dot{x}_b^2 + \dot{z}_b^2) + \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}_s^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} (J_m + J_w) \frac{R_s^2}{R_m^2} \dot{\theta}_s$$

$$U = M_s g z_s + M_b g z_b$$

เมื่อแทนค่าลงใน  $L = T - U$  จะได้

$$L = \frac{1}{2} M_s (\dot{x}_s^2 + \dot{z}_s^2) + \frac{1}{2} M_b (\dot{x}_b^2 + \dot{z}_b^2) + \frac{1}{2} J_s \dot{\theta}_s^2 + \frac{1}{2} J_\psi \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} (J_m + J_w) \frac{R_s^2}{R_m^2} \dot{\theta}_s - M_s g z_s - M_b g z_b$$

จากสมการที่ (1) เมื่อ  $q_i = \theta, \psi$  และ  $Q_i = \tau_\theta, \tau_\psi$  จะได้

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = \tau_\theta \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\psi}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \psi} = \tau_\psi \quad (3)$$

ทำการคำนวณตามสมการที่ (2) และ (3) จะได้โมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ ดังนี้

$$[(M_s + M_b) R_s^2 + J_s + k^2 (J_w + J_m)] \ddot{\theta}_s + M_b L R_s \cos \psi \dot{\psi} - M_b L R_s \dot{\psi}^2 \sin \psi = \tau_\theta \quad (4)$$

$$M_b R_s L \cos \psi \ddot{\theta}_s + (M_b L^2 + J_\psi) \ddot{\psi} - M_b g L \sin \psi = \tau_\psi \quad (5)$$

แต่โมเดลทางคณิตศาสตร์ที่ได้นั้นยังไม่รวมเอามอเตอร์ ดังนั้นจึงพิจารณามอเตอร์เข้าไปด้วย โดยพิจารณาจากสมการ

$$T = K_t i_m \quad (6)$$

เมื่อ

$K_t$  คือ Torque constant (N.m / Amp)

$i_m$  คือ กระแสไฟฟ้าในมอเตอร์ (Amp)

ทำการพิจารณาที่แรงบิด  $\tau_\theta$  และ  $\tau_\psi$  ในสมการที่ (4) และ (5) จะได้

$$\tau_\theta = n K_t i_m \quad (7)$$

และ

$$\tau_\psi = -n K_t i_m \quad (8)$$

โดยที่

$n$  คือ ค่าของอัตราทดของมอเตอร์

โดยทำการคำนวณความสัมพันธ์ระหว่างกระแสไฟฟ้า  $i_m$  และแรงดันไฟฟ้า  $V$  โดยใช้โมเดลทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์

$$V - K_e \omega = i_m R + L \frac{di_m}{dt} \quad (9)$$

เมื่อ

$R$  คือ ค่าความต้านทานมอเตอร์ (Ohm)

$L$  คือ ค่าความเหนี่ยวนำมอเตอร์ (Henry)

$\omega$  คือ ความเร็วเชิงมุมเพลาของมอเตอร์ (rad/sec)

$K_e$  คือ ค่าแรงดันไฟฟ้าคงตัว (volt/rad/sec)

(วินูลย์, 2548) เมื่อพิจารณาค่าความเหนี่ยวนำ ( $L$ ) ของมอเตอร์พบว่ามีความน้อยมากจนสามารถตัดทิ้งไปได้และหากไม่คิดค่าแรงเสียดทานภายในมอเตอร์จะได้กระแสไฟฟ้าเป็น

$$i_m = \frac{V - K_e \dot{\theta}_m}{R} \quad (10)$$

แต่เนื่องจาก  $\dot{\theta}_m = \frac{R_s}{R_w} \dot{\theta}_s$  และให้  $\frac{R_s}{R_w} = k$  ดังนั้น  
จะได้

$$i_m = \frac{V - k\theta_s K_E}{R} \quad (11)$$

จากนั้นนำสมการที่ (11) แทนค่าลงในสมการที่ (7)  
และ (8) จะได้

$$\tau_\theta = \left( \frac{nK_T V}{R} \right) - \left( \frac{nK_T k \theta_s K_E}{R} \right)$$

และ

$$\tau_\psi = \left( -\frac{nK_T V}{R} \right) + \left( \frac{nK_T k \theta_s K_E}{R} \right)$$

เมื่อกำหนดให้  $\alpha = \frac{K_T}{R}$  และ  $\beta = \frac{kK_T K_E}{R}$  ดังนั้น  
จะได้

$$\tau_\theta = n\alpha V - n\beta \theta_s \quad (12)$$

$$\tau_\psi = -n\alpha V + n\beta \theta_s \quad (13)$$

จากนั้นนำสมการที่ (12) และ (13) แทนค่าลงในสมการ  
ที่ (4) และ (5) จะทำให้ได้โมเดลทางคณิตศาสตร์ของ  
หุ่นยนต์ที่เป็นสมการไม่เชิงเส้น คือ

$$\begin{aligned} & [(M_s + M_b)R_s^2 + J_s + k^2(J_w + J_m)]\ddot{\theta}_s \\ & + M_b L R_s \cos\psi \dot{\psi}^2 - M_b L R_s \dot{\psi}^2 \sin\psi \\ & + n\beta \dot{\theta}_s = n\alpha V \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} & M_b R_s L \cos\psi \ddot{\theta}_s + (M_b L^2 + J_\psi)\ddot{\psi} \\ & - M_b g L \sin\psi - n\beta \dot{\theta}_s = -n\alpha V \end{aligned} \quad (15)$$

จากนั้นทำการแปลงสมการที่ (14) และ (15) จากสมการ  
ไม่เชิงเส้น ไปเป็นสมการเชิงเส้น โดยกำหนดให้

$\cos\psi = 1, \sin\psi = \psi$  และ  $\dot{\psi} = 0$  ได้ผลลัพธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} & [(M_s + M_b)R_s^2 + J_s + k^2(J_w + J_m)]\ddot{\theta}_s \\ & + M_b R_s L \dot{\psi} + n\beta \dot{\theta}_s = n\alpha V \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & M_b R_s L \ddot{\theta}_s + (M_b L^2 + J_\psi)\ddot{\psi} \\ & - n\beta \dot{\theta}_s - M_b g L \psi = -n\alpha V \end{aligned} \quad (17)$$

จากนั้นเขียนสมการที่ (16) และ (17) ในรูปสมการของ  
หุ่นยนต์ คือ

$$M(q)\ddot{q} + F(q, \dot{q}) + G(q) = HV \quad (18)$$

โดยที่  $q = [\theta_s, \psi]^T$  จะได้

$$M(q) = \begin{bmatrix} (M_b + M_s)R_s^2 + J_s + k^2(J_w + J_m) & M_b R_s L \\ M_b R_s L & M_b L^2 + J_\psi \end{bmatrix}$$

$$F(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} n\beta & 0 \\ -n\beta & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -M_b g L \end{bmatrix} \text{ และ } H = \begin{bmatrix} n\alpha \\ -n\alpha \end{bmatrix}$$

และจากสมการที่ (18) จัดรูปสมการใหม่ จะได้

$$\begin{aligned} \ddot{q} &= -M(q)^{-1}G(q) - M(q)^{-1}F(q, \dot{q}) \\ &+ M(q)^{-1}HV \end{aligned} \quad (19)$$

จากนั้นทำการจัดให้อยู่ ในรูปของสมการสถานะ (State  
Equation)

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du \end{aligned} \quad (20)$$

โดยให้ตัวแปรสถานะ , ตัวแปรขาออกและตัวแปรขาเข้า คือ  $x = [\theta_s \ \psi \ \dot{\theta}_s \ \dot{\psi}]^T$  ,  $y = [\theta_s \ \psi]^T$  และ  $u = [V]$  ตามลำดับ เมื่อแทนค่าจะได้

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \psi \\ \dot{\theta}_s \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(q)^{-1}H] \end{bmatrix} V$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_s \\ \psi \\ \dot{\theta}_s \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

เมื่อพิจารณาจากสมการสถานะ (State Equation) จะได้

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ [-M(q)^{-1}G(q)] & [-M(q)^{-1}F(q, \dot{q})] \end{bmatrix}$$

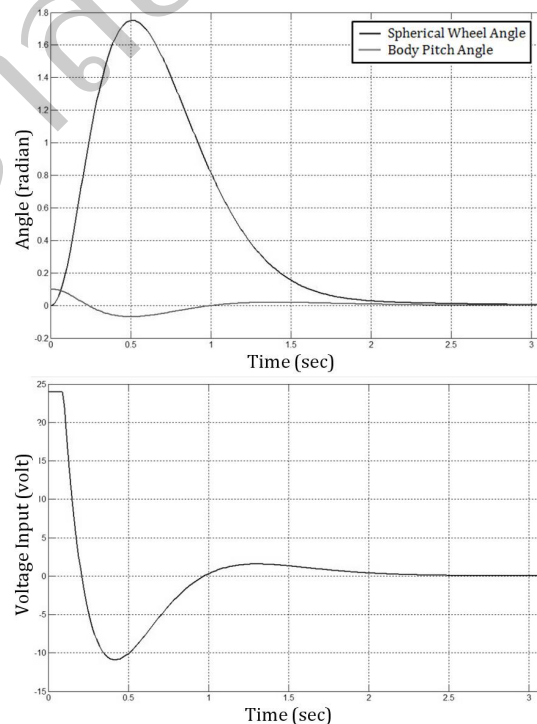
$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [M(q)^{-1}H] \end{bmatrix} \text{ และ } C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

เนื่องจากระบบไม่มีส่วนของสัญญาณที่ป้อนไปข้างหน้า พจน์  $D$  จึงมีค่าเป็นศูนย์ โดยตัวควบคุมที่ออกแบบใช้ ตัวควบคุมแบบสถานะป้อนกลับและใช้ Linear Quadratic Regulator (LQR) ช่วยคำนวณค่าอัตราขยาย โดยเป้าหมายในการออกแบบตัวควบคุม ก็คือ ต้องการควบคุมให้หุ่นยนต์สามารถเลี้ยงตัวเองอยู่ได้บนลูกบอล

ซึ่งในการกำหนดค่าเมตริกซ์สถานะ  $Q$  และค่า  $R$  นั้นได้ใช้วิธี Trial and Error ในการหาค่าทั้งสอง โดยค่าที่หาได้คือ  $Q = \text{diag} [100 \ 100 \ 1 \ 1]$  และ  $R = 1$  ตามลำดับ เพื่อให้ได้ค่าอัตราขยายที่เหมาะสม จากนั้นจึงจำลองการทำงานด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink

#### 4. ผลการวิจัยและข้อวิจารณ์

ในการจำลองการทำงานของหุ่นยนต์ด้วยโปรแกรม MATLAB/Simulink นั้นได้กำหนด Initial condition ไว้ดังนี้คือ  $[\theta_s \ \psi \ \dot{\theta}_s \ \dot{\psi}]^T = [0 \ 0.1 \ 0 \ 0]^T$  ซึ่งได้ผลดังนี้



รูปภาพที่ 4 กราฟจำลองการทำงานของหุ่นยนต์

ซึ่งเมื่อพิจารณาจากกราฟในรูปภาพที่ 4 ที่เป็นกราฟผลการจำลองการทำงานระหว่าง Angle vs Time จะพบว่ามุมของล้อบอล ( $\theta$ ) นั้นจะมีการหมุนในทันทีที่เริ่มจำลองการทำงานเนื่องจากมุมของตัวหุ่นยนต์ ( $\psi$ ) นั้นไม่ได้กำหนดค่าเริ่มต้นไว้ที่ 0 radian หรือสมมุติตั้งแต่นั้น มอเตอร์จะขับให้ล้อบอลหมุนเพื่อรักษาสมดุลของตัวหุ่นยนต์ ในส่วนของมุมของตัวหุ่นยนต์จากกราฟจะเห็นว่าในระหว่างที่ล้อบอลหมุน มุมของตัวหุ่นยนต์ก็จะมีการเปลี่ยนแปลงเพื่อปรับเข้าสู่สภาวะที่สมดุลเช่นกัน โดยจะเกิดขึ้นในช่วงเวลา 2 sec

ในส่วนกราฟในรูปภาพที่ 4 ที่เป็นกราฟผลการจำลองการทำงานระหว่าง Voltage input vs Time จะพบว่าได้มีการจ่ายไฟให้กับมอเตอร์เพื่อให้หมุนรักษาสมดุลในกับตัวหุ่นยนต์ ซึ่งจะสัมพันธ์กับมุมล้อทรงกลม ( $\theta$ ) และมุมของตัวหุ่นยนต์ ( $\psi$ ) ซึ่งจะสังเกตได้ว่าเส้นกราฟ Voltage input vs Time ก็มีการเปลี่ยนแปลงในช่วงเวลา 2 sec เช่นกัน โดยในช่วงเริ่มต้นจะมีการจ่ายแรงดันไฟฟ้าที่สูงแต่จะลดลงเมื่อตัวหุ่นยนต์จะกลับเข้าสู่สภาวะสมดุล โดยค่าแรงดันไฟฟ้าได้ทำการ Saturation ไว้ที่ 24 Volts เนื่องจากแหล่งจ่ายไฟฟ้าของมอเตอร์นั้นมีขีดจำกัดอยู่ที่ 24 Volts ตามขนาดของแบตเตอรี่ที่จะใช้

## 5. บทสรุป

1. การวิจัยนี้เป็นการศึกษาการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แบบไม่เชิงเส้นและศึกษาตัวควบคุมการเคลื่อนที่ของหุ่นยนต์แบบไม่เชิงเส้นในการควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) ที่ใช้ล้อบอลในการเคลื่อนที่

2. วิธีที่ใช้ในการวิจัยนี้เริ่มจากการสร้างโมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ เพื่อใช้ในการออกแบบตัว

ควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์ จากสมการลากรางจ์รวมไปถึงโมเดลทางคณิตศาสตร์ของมอเตอร์ จากนั้นทำการแปลงโมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์จากไม่เชิงเส้นไปเป็นสมการเชิงเส้นและแสดงออกมาในรูปสมการของหุ่นยนต์ จากนั้นทำการจัดให้อยู่ในรูปสมการสถานะ (State Equation) เพื่อใช้เป็นตัวแทนของระบบในการออกแบบตัวควบคุม และทำการออกแบบตัวควบคุมโดยใช้ระบบควบคุมแบบ Linear Quadratic Regulator (LQR) โดยทำการกำหนดค่าเมตริกซ์ของสถานะ Q และสัญญาณขาเข้า R ที่เหมาะสมโดยวิธี Trial and Error และนำโมเดลทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ที่คำนวณได้มาจำลองในโปรแกรม MATLAB/Simulink เพื่อจำลองการทำงานของระบบและทดสอบตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้

3. ผลการทดสอบในโปรแกรม MATLAB /Simulink แสดงให้เห็นว่าตัวควบคุมที่ได้ออกแบบไว้สามารถควบคุมให้ตัวหุ่นยนต์สามารถเลี้ยงตัวตั้งตรงอยู่บนลูกบอลได้

4. ในโอกาสต่อไปอาจจะใช้วิธีการควบคุมสมัยใหม่ที่ให้ผลตอบแทนที่ดีกว่ามาใช้ควบคุมการทำงาน เช่น วิธีการควบคุมแบบ Robust หรือเป็นวิธีการควบคุมแบบ Feedback linearization เป็นต้น

## 6. กิตติกรรมประกาศ

ขอขอบคุณมหาวิทยาลัยเทคโนโลยีราชมงคลธัญบุรี ที่ได้สนับสนุนเงินทุนวิจัยปีงบประมาณ 2553 ให้กับงานวิจัยนี้

## 7. เอกสารอ้างอิง

ชิต เหล่าวัฒนา และ ทศพร บุญแท้. (2545). หุ่นยนต์ช่วยรักษาความปลอดภัย. *วารสารวิจัยและพัฒนา มจร*. 25(1): 15-34.

ฉานสิทธิ์ ยอดพฤติกกรณ์. (2549). *การสืบเสาะเกี่ยวกับ การควบคุมแบบอิมพีแดนซ์สำหรับแขนกลยึดติดกับ โครงสร้างยืดหยุ่น*. วิทยานิพนธ์วิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิตสาขาวิศวกรรมเครื่องกล, มหาวิทยาลัยเชียงใหม่.

วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ. (2548). *การควบคุมระบบพลศาสตร์*. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่งจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

Bin Rajab, M.H. (2008). *Linear Quadratic Regulator (LQR) Controller Design for DC Motor Speed using MATLAB Application*. Bachelor of Engineering (Power System) Thesis in Faculty of Electrical & Electronic Engineering, Universiti Malaysia Pahang.

Yamamoto, Y. (2009). *NXT Ballbot Model-Base Design*. Japan: Cybernet System CO., LTD.